Examen final - Análisis I - Enero 2017.

Grupo de tarde - 516

Nota: no son enunciados exactos.

1. Calcula el límite usando el desarrollo de Taylor:

$$\frac{6\,(x-\sin x)\cdot\cos(x)-x^3}{x^3\sin^2 x}$$

2. Resuelve la siguiente integral:

$$\int \frac{\sqrt{1+x^2}-x}{1+x^2}\,dx$$

3. Analiza la convergencia de las siguientes series:

$$a.\quad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{(n+1)\,(n+2)}$$

$$b.\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2\log\left(n^2+1\right)}{\sqrt{n!}}$$

4. Analiza los ceros de esta función:

$$\int_0^{x^2}\frac{e^{t^2}}{1+t^2}dt\ -1$$

(Es posible que el -1 sea +1 o la integral venga con un menos... No tengo el enunciado, pero se resuelven de igual modo, aunque dan resultados distintos).

Soluciones.

1: -1/2 - 6/(5!). Consejo: desarrolla Taylor hasta un grado alto y lleva bien la cuenta de los restos, si no desarrollas suficiente te queda 1/2 (o algo parecido).

2: $arcsinh\,(x)-\frac{1}{2}\ln\left|1+x^2\right|+C$. Aunque creo que se podía hacer sin saber la integral del arcoseno hiperbólico multiplicando y dividiendo la parte correspondiente...

3: a. Convergencia condicional. b. Convergente.

4: dos ceros (con +1 no hay ceros, con -integral hay dos ceros). Consejo: si te quedas atascado, usa L'Hôpital y acota la parte que tiene la integral con otra función conocida.